

עבודה לבוגרי ט' המועדים לרמה של 4 – 5 ייח' מתמטיקה

הלימודים בשנת הלימודים הבאה יסתמכו על ידיעת כל הנושאים המופיעים בעבודה זו

פתרונות ותרגומים (בכליה וראשונית):

1.

$$(x+5)^2 = x^2 + 5 \quad \text{א} \quad 3$$

$$(x+2)(2x-5) = (2x+7) \cdot x - 3x \quad \text{ב} \quad -2$$

$$\frac{4x-8}{18} + \frac{2x+1}{30} - \frac{5x-3}{42} = 0 \quad \text{ג} \quad -2$$

$$12 \cdot \left(\frac{1-3y}{4}\right)^2 + 9 \cdot \frac{1-3y}{4} \cdot y - 11 \cdot \frac{1-3y}{4} = 4 \quad \text{ד} \quad 1$$

$$\frac{12}{9x^2-1} - \frac{3x-1}{3x+1} + \frac{3x+1}{3x-1} = 0 \quad \text{ה} \quad 4$$

פתרונות ותרגומים (אלgebra וראשונית):

2.

$$\begin{cases} (1,5) \\ \frac{x+2y-3}{2} = \frac{2x+y+5}{3} \\ \frac{3y-x}{7} = \frac{x+y+2}{4} \end{cases} \quad \text{א} \quad \begin{cases} 2(x+1) = 3(y-1) + 14 \\ 4x - 3(2x+y-1) = 2(y-x) + 8 \end{cases} \quad \text{ב} \quad (3,4)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = 8 \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 51 \end{cases} \quad \text{ג} \quad \begin{cases} \frac{3x-1}{5} + 3y - 4 = 15 \\ \frac{3y-5}{6} + 2x - 8 = \frac{23}{3} \end{cases} \quad \text{ד} \quad (3,5)$$

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5} \\ \frac{x-3}{4} + \frac{y-3}{3} = 2y - x \end{cases} \quad \text{ה} \quad (1,6)$$

פתרונות ותרגומים (ברמת ביניים) – פתרון את המשוואות (פונקציית X):

3.

$$\frac{m^2(m+2)}{5m} = \frac{m(2m+5x)-2}{5x} = m^2 \quad \text{א} \quad a(2a^2-x) = x + a(3-a^2) \quad \text{ב} \quad 3a(a-1)$$

$$\text{ג} \quad \frac{x}{a} + \frac{2}{a-3} = \frac{a^2-x}{a^2-3a} \quad \text{ד} \quad 2m(2mx-6) = 3m - m^2x \quad \text{ה} \quad \frac{3}{m}$$

$$2 \cdot (12+ax) - 11a = a^2(x-1) - 3x \quad \text{ו} \quad \frac{a-8}{a+1}$$

$$a-3 \quad \frac{x}{a-6} - \frac{a}{a+2} = \frac{9+5x}{a^2-4a-12} \quad \text{ז}$$

הנשאלה: השאלה השאלה השאלה השאלה השאלה השאלה

$$\frac{4x-2}{x(x+1)} \quad .1c$$

$$\frac{6}{x+1} - \frac{3}{x} \quad .1c$$

$$x=1,2 \quad .2 \quad \frac{6}{x+1} - \frac{3}{x} = 1 \quad .2$$

$$\frac{-2}{x-3} \quad .2 \quad \frac{3}{x-3} + \frac{5}{3-x} \quad .2$$

$$x=1,2 \quad .3 \quad \frac{3}{x-3} + \frac{5}{3-x} = \frac{1}{x} \quad .3$$

$$\frac{2x^2-9x+24}{4x^2-9} \quad .3 \quad \frac{x+1}{2x-3} - \frac{3}{2x+3} \quad .3$$

$$x=2,5 \quad .1 \quad \frac{x+1}{2x-3} - \frac{3}{2x+3} = \frac{5x+4}{4x^2-9} \quad .1$$

$$\frac{2(x^2-2x+2)}{x^2-4} \quad .5 \quad \frac{x-3}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} \quad .5$$

$$\text{רוויה } x=6 \quad .5 \quad \frac{x-3}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{x^2+16}{x^2-4} \quad .5$$

$$\frac{4x-2x}{3(x^2-25)} \quad .6 \quad \frac{1}{x-5} - \frac{5}{3x+15} \quad .6$$

$$\text{רוויה } x=8 \quad .1 \quad \frac{1}{x-5} - \frac{5}{3x+15} = \frac{8}{x^2-25} \quad .1$$

$$\frac{-x-15}{(x+3)^2(x-3)} \quad .1c \quad \frac{2}{(x+3)^2} - \frac{3}{x^2-9} \quad .1c$$

$$x=-15 \quad .21 \quad \frac{2}{(x+3)^2} - \frac{3}{x^2-9} = 0 \quad .21$$

כפל של חד-איברים

$$\begin{aligned}
 & 5mx \cdot 10m^2x^5 \cdot 7m^3x^3 \quad (3) \\
 & 4(-a)^3b^2 \cdot 2b (-5a^2) \quad (4) \\
 & -4a^2b^2x^5 (-3a^2bx^2) \cdot (2a^5x) \quad (1) \\
 & 17a^5b^3c^7 \cdot 3a^6b^2c^{10} \cdot a^2b^5 \quad (5) \\
 & +8m^3c^4a^4 \cdot (2m^9c^7) \cdot 5c^6a^3 \quad (6) \\
 & -9m^5c^6b^{10} (-2m^4cb^5) (-4mc^2b) \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -6a (-4c) \cdot (-2) \quad (8) \\
 & 10x \cdot (-3a) (-4m) \quad (9) \\
 & 4m \cdot 3m \quad (10) \\
 & (-2x) \cdot (-5x^2) \quad (11) \\
 & 2a^2 (-4a) (+7a) \quad (12) \\
 & 6ab \cdot (-2ac) \quad (13)
 \end{aligned}$$

(כפל וחילוק של ברורים אלגבריים):

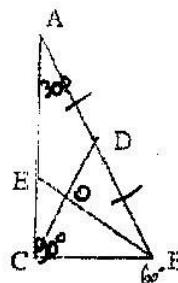
$$\begin{aligned}
 \frac{2a+3}{2a^2} : (8a^2+12a) \quad (3) & \quad \frac{1}{8a^2} \quad \frac{4a^2-8a}{3} : (2a^2+6a) \quad (2) & \quad \frac{2a-4}{3(2a+3)} \quad \frac{a^2-5a}{3} : (2a-10) \quad (1) \\
 \frac{an-am}{bn+bm} : \frac{n^2m-nm^2}{bnm} \quad (5) & \quad \frac{a^2-ab}{a^2+ab} : \frac{b^2-ab}{b^2+ba} \quad (6) & \quad -1 \quad \frac{3x+3y}{5x-5y} : \frac{6x+6y}{10x-10y} \quad (4)
 \end{aligned}$$

ש布. (היעזר בנוסחאות לכפל מקוצר)

$$\begin{aligned}
 \frac{6m-4n}{mn} & \quad \frac{9m^2-4n^2}{m^2n^2} : \frac{3am+2an}{2mn} \quad (10) & \quad \frac{a^2-16b^2}{a^2-2ab} : \frac{4+4b}{2a-4b} \quad (7) \\
 \frac{-2a^2}{5(a+6)} & \quad \frac{2a-4}{a^2+12a+36} : \frac{10-5a}{a^3+6a^2} \quad (11) & \quad \frac{a^2-14a+49}{15} : \frac{a^2-7a}{3a^2} \quad (8) \\
 \frac{x-2y}{a-b} & \quad \frac{x^2-4xy+4y^2}{-a^2-2b^2+b^2} : \frac{x-2y}{a+b} \quad (12) & \quad \frac{x^2+a^2}{c^2-2cd+d^2} : \frac{4x^2+5a^2-a^2}{c^2-d^2} \quad (9) \quad \frac{c+d}{4(c-d)}
 \end{aligned}$$

ש布. (היעזר בפירוק הטרינום)

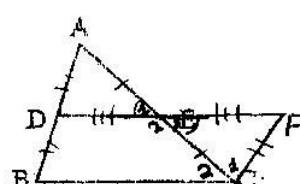
$$\begin{aligned}
 \frac{a^2+2a-15}{2} & \quad \frac{a^2+a-20}{a+3} : \frac{2a-8}{a^2-9} \quad (13) & \quad \frac{2a-2}{a^2} \quad \frac{a^2-3a+2}{a^2-5a} : \frac{a^2-2a}{2a-10} \quad (14) \\
 \frac{2x+y}{(x-1)(x-5)} & \quad \frac{x^2-x-6}{x^2+5x-6} : \frac{x^2+2x-15}{2x+12} \quad (15) & \quad \frac{x-3}{x-2} \quad \frac{x^2-8x+15}{x^2+2x-8} : \frac{x^2-9x}{x^2+4x} \quad (16) \\
 \frac{n^3-4n^2}{n^2-9} & \quad \frac{n^2-8n+16}{n^2-7n+12} \quad (17) & \quad \frac{m^4}{m+1} \quad \frac{m^3-3m^2}{m^2-9} : \frac{m^2-1}{m^3+2m-3} \quad (17) \\
 \frac{2ax-6a+3x-9}{(3x-2)(2a-3)} & \quad \frac{(2a+3)^2}{9x^2-4} : \frac{4a^2-9}{3x^2-9x+2x-6} \quad (18) & \quad \frac{xa-2bx-a+2b}{a-2b} \quad \frac{2x^2-2x-5x+5}{a^2-4ab+4b^2} : \frac{2x-5}{a^2+4ab+4b^2} \quad (19) \\
 \frac{5a-2}{a+1} & \quad \frac{5a^2-7a+2}{a^4-1} : \frac{1}{a^2+1} \quad (20) & \quad \frac{3a-1}{a-1} \quad \frac{3a^2-7a+2}{(a^2-4)^2} : \frac{1}{a^2+4a+4} \quad (21)
 \end{aligned}$$



.1. $\triangle ABC$ הוא משולש ישר זווית ב- C .
חותם זוויות B ו- D מיצן ניתר.

$$\angle A = 30^\circ$$

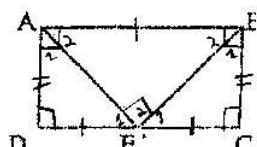
חותם כי BE מאריך ל- CD .



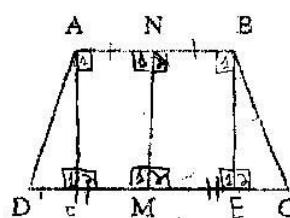
.2. הוכיח את המשפט: קטע אמצעי במשולש מקביל
לצלע חלישית ושוות למחציתו.

רמז: בשרטוט הנexoן DE הוא אמצעי

בנחת עזר: הוכיח את DE כאורכו ($DE = EF$)
וחבר את F עם C .

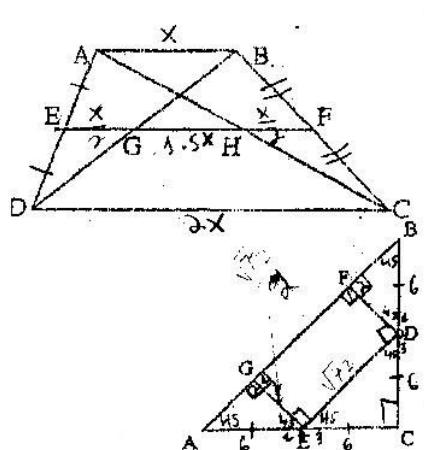


.3. E היא אמצע צלע DC במלבן $ABCD$.
ונתן כי BE מאריך ל- AE .
חותם כי AB שווה פעמיים BC .



.4. הוכיח כי אם הקטע החמחבר את אמצע חביסטים
בטרפז מוארך לבסיסים או חrapgo הוא שווה לשוקיים.
ונתן טרפו $ABCD$. N אמצע AB M אמצע CD
 MN מאריך ל- AB .

חותם כי CD שווה $BC = AD$.



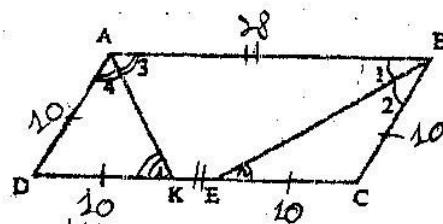
.5. נתון טרפז $ABCD$ מודול DC מודול AB שניים מהבסיסים תקען AB .
החותם כי זיאלבטונים מחלקיים את קטע האמצעיים
שלושה קטעים שווים. ($EF=GH=EO=CG$)

.6. נתון משולש ישר זווית ושווה לשוקיים ($\angle C = 90^\circ$). ABC \rightarrow E היא אמצעי AC .
נקודה D מורידים אק ליתר AB , החותך אותו בנקודה F
ומנקודה G מורידים אק ליתר AB , החותך אותו בנקודה H
(אחת ציר). נתון כי שטח משולש CDE הוא 18 סמ"ר.
חשב את היקף המרובע $GEDF$.

The diagram shows two intersecting lines. The top line has points B, D, E, and F from left to right. The bottom line has points A, C, and G from left to right. Several angles are labeled with their measures: $\angle B$ is 91°, $\angle A$ is 36°, $\angle D$ is 140°, $\angle E$ is 110°, $\angle F$ is 82°, $\angle C$ is 130°, and $\angle G$ is 50°.

- נ. נתון משולש שור זווית $\angle C = 90^\circ$.
 א. $\angle A = 40^\circ$.
 ב. מעבירים תיכון נספיר AE לצלע BC .
 ג. מצא את היחס בין CD לבין F .

ה. נתון: $\angle A = 36^\circ$. מזקן את אורך הצלע AB .



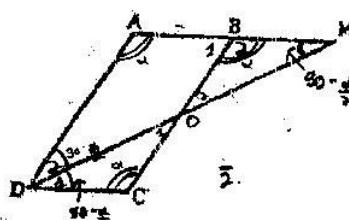
- מבחן ABCD הוא מקובל יותר מאשר ECD.

 - ($\angle 1 = \angle 3$) - מוכיח זהות $\triangle BEC$
 - ($\angle 3 = \angle A$) - מוכיח זהות $\triangle AKE$

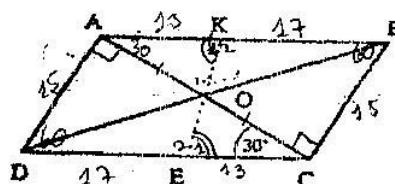
א) הוכחה:

$$DK = EC$$

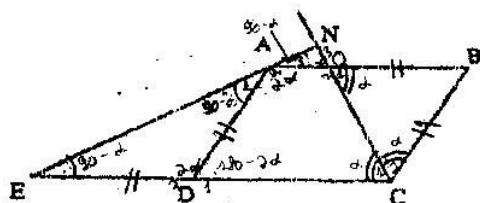
ב) נוכיח:



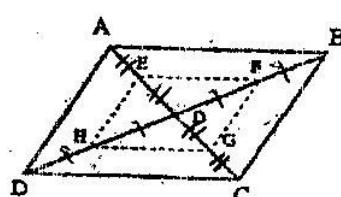
- במקבילות ABCD, חיתוך חוצה AB אמ' חמשת הצלע BC בנקודה K. הוכח:



- מוכיח ABCD הוא מקבילית
 O - נקודות משותת האלכסוןיות.
 KE - קטע חצוגן דוד O,
 ומחסן את הצלעות הנדיילר
 DE = 17 ס"מ 13 ס"מ =
 $\angle DCA = 30^\circ$, $\angle DAC = 90^\circ$

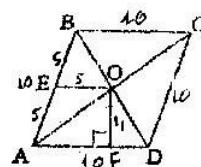


- בזווית $\angle ABCD$ הוא בקמילין.
 ומשנה זוויות $\angle C$.
 על המשך CD מקבילו AD
 ומשנה זוויות
 $\angle EDC = 90^\circ$



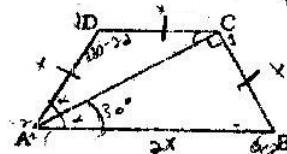
- 12
מחרוזת ABCD הוא סקambilית.
Q - נחרוזת ממשות האלכסונית.
הנקודות E, F ו- H הן אמצעי הקטיעות:
BO-GO-QO-DO-QD-QH

13

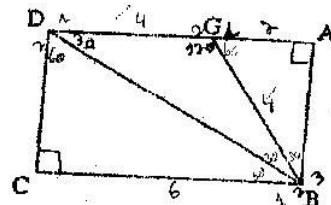


- מבחן מעין ABCD.
E. היה אמצעי הצלע AB.
O. היה ממש אלכסוני המשען (ראה צייר).
א. הוכח כי מושבע DOE הוא טרץ.
ב. מבחן כי חיקף ומעוקן הוא 40 ס"מ ומשתו 80 ס"מ.
מבחן את שטחו של טרץ DOE.

נתנו טרפז שווה אורךים $(AE \parallel CD)$ $ABCD$ שטח הטרפז



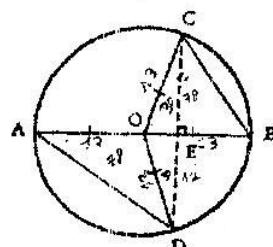
- ג. מזא את זווית הטרפז.
 - ד. חקוף הטרפז חונה 60 ס"מ.
 - ה. מזא את אורך הצלעות של הטרפז.
 - ו. חישוב באהרקה למשטח קטן.
 - ז. ארכיטקטן AC מאנק לשוק BC (וואלה ציה).



15). במלון ABCD, האלכסון BD וצלע BG מחלקים את B לשלישות שוות.

- ג. חוכם כי AG-2DG. ד. נתן 2 CA-GA. מכאן את אונן ותאלכון של חמפלט.

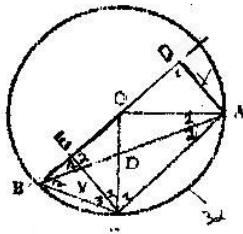
AB זיהו מיזה המאוחר לקוטר כ- 14



- א. נשבח: SAÓD = SOCB
 ב. נתק: קוור המנגנון שווה 26 סימן.
 שנות המשולש AOD זהה 27 סימן
 ושנות המשולש OCB זהה 30 סימן.

בבבגנום גן נס ציון

AB מרצה את זהה COACH במנגנון
שמרכנן O. 17



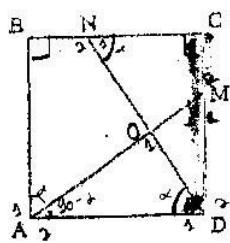
- ההובח: SBBC - SAOD
הדרישה: חבר את B עם O והוכחה:
BO = AC

• ♦ BDC הוא ריבוע, DE מחלק את זווית ABCD ביחס EF = BF.

- זיהות: א. את המודול DFEC אם אפשר
לחסום במעגל.
ב. אפשר לחסום מעגל במרו^ן.

19) המרחב $ABCD$ וזה מקביליתן. ב נקודה על FC .

- הוכחה במרובע ARDF, $BD = EC$, $AF = RF$



20. המרובע $ABCD$ הוא ריבוע

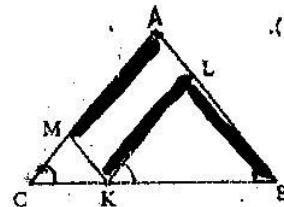
על חציתות BC , CD , N , M בתרגיל

בהתאם נקודות M ו- N ,

כך שטחינו:

(א) $\triangle DNC = \triangle AMD$

(ב) הוכח כי: $AM \perp ND$



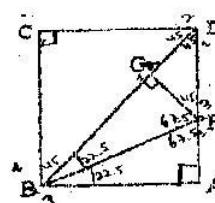
21. נתון משולש שווה-שוקיים $\triangle ABC$ (א).

הלא נקודות כלשהן על הבסיס BC .

זיהן נקודה K מעבר למקבילות לשוקיים

כך ש- $CK \parallel AB$ ו- $AK \parallel BC$.

הוכח כי: $CK + AK = AB$

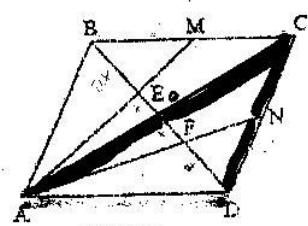


22. תואל אלכסון בריבוע $ABCD$.

הקטע BF חוצה את חזיתת $\triangle ABD$.

הקע FG מאונך לאלכסון BD .

הוכח כי: $GD = AF$



23. במקבילות $ABCD$

נתון כי: $DN = NC$, $BM = MC$.

ו- $AN = AM$. BD חותבת את האלכסון

בנקודות E ו- F בהתאם (ראה צייר).

חולמת כי: $BE = EF = FD$.

תגוניה: הראות כי נקודה E היא מרכז

התויניות של המשולש $\triangle ABC$.

24. א. נתונים שני מעגלים הנחתכים בנקודות A - B .

הוכיח שתקטע המחבר את מרכזיו של מעגלים

חותם את תמייר החשוטף ומאונך לו.

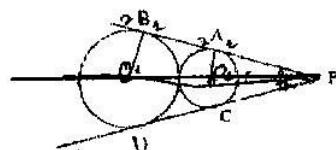
ב. נתון: רדיוס המעגל O הוא 6 ס"מ.

רדיוס מעגל M הוא 8 ס"מ. אורך תמייר AB הוא 9.6 ס"מ.

1) חשב את חסරוק בין מרכזיו המעגלים.

2) הראה כי: $OA \perp AM$.

$$(6^2 + 8^2 = 10^2) \text{ ס"מ}$$



25. נקודה P יוצאת שני משיקים לשני מעגלים

המשיקים זה זהה מבוחץ (ראה שרטוט).

ז- Z הן נקודות החשקה. נתון: $\angle APC = 60^\circ$

רדיוס המעגל הקטן הוא 8 ס"מ.

א. חשב את רדיוס המעגל הגדול.

ב. חשב את אורך המשיק PB .

א. 24 ס"מ ב. 41.57 ס"מ